

# Model dynamické spolehlivosti složitého technologického celku užitím markovské analýzy

Ing. Josef Chudoba

Ústav nových technologií a aplikované informatiky

Fakulta mechatroniky

Studentská 2, Liberec 1, 461 17

Tel: 48535 3763, e-mail: [josef.chudoba@tul.cz](mailto:josef.chudoba@tul.cz)

## Anotace:

Příspěvek se zabývá modelováním parametrů spolehlivosti - především pohotovosti - složitých technologických celků. U kterých je předpoklad, že jednotlivé komponenty se v čase opotřebovávají a zároveň celý systém je složitě udržován. I když se příspěvek zabývá modelem kompresorové stanice tranzitního plynovodu, lze předpokládat, že spalovací kotle jsou natolik (z pohledu spolehlivosti) obdobná zařízení, že celý aparát lze použít i u nich. Při provozu těchto zařízení jsou důležitá dvě základní hlediska. První je snaha co nejvíce omezit pravděpodobnost vzniku nebezpečné nebo dlouhodobé poruchy. Druhé je s vysokou mírou pravděpodobnosti zaručit provozuschopnost zařízení.

V příspěvku bude popsán základní model spolehlivosti kompresorové stanice tranzitního plynovodu, kde bude využito přechodového diagramu markovské analýzy. Řešením úlohy je určení pohotovosti systému. Kvantifikace pohotovosti je obtížná, protože model je popsán soustavou diferenciálních rovnic s nekonstantními parametry. Pro popis doby do poruchy komponent je použito Weibullovo rozdělení a navíc se předpokládá, že komponenty mají složitou koncepci údržby. Výsledná pohotovost je funkcí času, objemu výroby, prováděné údržby a datech o poruchách z provozu.

**Klíčová slova:** markovská analýza, spolehlivost, bezporuchovost, údržba, Weibullovo rozdělení, exponenciální rozdělení, kompresorová stanice

## 1. Úvod

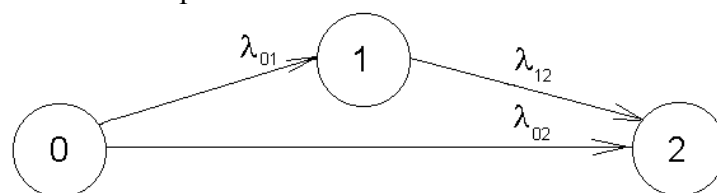
Určení spolehlivosti složitého technického zařízení je jeden z důležitých vstupních parametrů pro určení výsledné pohotovosti systému  $A(t)$  (označuje pravděpodobnost, že systém je v provozuschopném stavu) a následně k prokázání provozuschopnosti a bezpečnosti. Neméně důležitý je i následný vliv ekonomický. Příspěvek se zabývá modelováním parametrů spolehlivosti kompresorové stanice tranzitního plynovodu RWE Transgas. Výsledná pohotovost kompresorové stanice je závislá na objemu přepravovaného plynu a spolehlivosti jednotlivých komponent. Pohotovost každé komponenty je obdobně závislá na parametrech bezporuchovosti, udržovatelnosti a zajištěnosti údržby.

K vytvoření dynamického modelu spolehlivosti kompresorové stanice bude využito metody markovské analýzy [1]. Výsledkem této metody není jako u ostatních metod spolehlivosti zjištění asymptotické - ustálené pohotovosti systému  $A$ , ale funkce okamžité pohotovosti  $A(t)$  v čase. Tím, že je známa pohotovost systému v čase, lze účinněji zlepšovat provozuschopnost systému vhodnou politikou údržby.

Markovská analýza je v praxi používána pouze velmi výjimečně, protože příprava přechodového diagramu, který je grafickou reprezentací spolehlivostního modelu systému, je mnohem složitější než příprava analýzy spolehlivosti metodou stromu poruchových stavů FTA nebo blokových diagramů bezporuchovosti RBD.

Markovské modely umožňují popsat systémy pomocí více než dvou stavů. Každému stavu je možno definovat zda je provozuschopný, částečně provozuschopný nebo neprovozuschopný. Každému stavu je přidána informace o velikosti míry degradace. Popis systému pomocí více než dvou stavů je zásadní výhodou markovské analýzy, protože lépe popisuje systém než jiné metody popisující dvoustavový systém.

Ukázka jednoduchého přechodového diagramu, což je grafická reprezentace modelu spolehlivosti systému, je uvedena na obr. 1. Stavů jsou označeny čísly a příslušné přechody mezi stavy jsou intenzity přechodů. Stanovení bodových odhadů intenzit přechodů se zabývá pro nejpoužívanější rozdělení kapitola 2.



**Obr. 1:** Ukázka přechodového diagramu

V tomto příspěvku bude obvyklé použití markovských procesů rozšířeno oproti obvyklému využití o modelování periodické údržby systémů, o popis doby do poruchy popsanou Weibullovým rozdělením [3, 4] a o výkonových konfiguracích systému. Model kompresorové stanice bude dynamický z časového a výkonového hlediska. Z pohledu časového bude získána funkce okamžité pohotovosti  $A(t)$ . Z pohledu výkonového bude spolehlivost kompresorové stanice modelována pro různý objem přepravovaného plynu (různé výkonové konfigurace).

Česká Republika představuje tranzitní zemi v Evropě a proto vzniklé poruchy nemají nežádoucí vliv pouze na blízké okolí, ale často především pro celý stát.

## 2. Stanovení bodových odhadů intenzit přechodů

Doba do poruchy komponent se nejčastěji popisuje pomocí exponenciálního rozdělení. Jeho výhodou oproti jiným rozdělením je, že doba do poruchy se nemění v závislosti na době používání komponenty, neboli intenzita poruch komponent je konstantní. Tento předpoklad platí u komponent, které nejsou namáhány například silou, momentem nebo elektricky.

V případě, že je shromážděno dostatek dat o době do poruchy a existují statisticky zjištěné předpoklady, že data o době do poruchy nejsou z exponenciálního rozdělení, používá se v technické praxi nejčastěji Weibullovo rozdělení. Pomocí Weibullova rozdělení se popisuje doba do poruchy namáhaných komponent. Mezi příklady z jednotlivých odvětví lze zařadit:

- strojní komponenty - ložiska, automobily,
- stavební prvky - mosty,
- elektronické komponenty (především namáhané) - žárovky, relé.

Tato kapitola se zabývá způsoby zjištění bodových odhadů parametrů exponenciálního a Weibullova rozdělení, které se používá pro popis doby do poruchy komponenty. Vzorce pro výpočet parametrů jsou uváděny v příslušných kapitolách pro:

- cenzorovaná i necenzorovaná data,
- komponenty, které jsou po poruše obnoveny výměnou/opravou.

Pomocí exponenciálního rozdělení se popisuje doba do poruchy nenamáhané komponenty. Základní charakteristiky exponenciálního rozdělení jsou uvedeny ve vzorcích (1) a (2).

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad h(t) = \lambda \quad (1)$$

Intenzita poruch  $\lambda$  se získá pomocí vzorce  $\lambda = \frac{r}{T^*}$ , (2)

kde  $R(t)$  pravděpodobnost bezporuchového provozu

$F(t)$  distribuční funkce

$h(t)$  intenzita přechodu

$T^*$  je kumulovaná doba provozu.

Kumulovaná doba se stanoví:

- všechny doby do poruchy komponent jsou známy  $T^* = \sum_{i=1}^n t_i$  (3),

- cenzorování I. typu - časem  $T^* = \sum_{i=1}^r t_i + (n-r) \cdot T$  (4),

- cenzorování II. typu - poruchami  $T^* = \sum_{i=1}^r t_i + (n-r) \cdot t_r$  (5),

kde  $t_i$  - časový okamžik, při kterém došlo k poruše komponenty,

$T$  - celková doba zkoušky,

$t_r$  - čas, při kterém nastala  $r$ -tá porucha a zkouška byla zároveň ukončena.

Základní charakteristiky Weibullova rozdělení jsou uvedeny ve vzorcích (6).

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad h(t) = \frac{\beta \cdot t^{\beta-1}}{\alpha^\beta} \quad \alpha, \beta > 0 \quad (6)$$

Ze vzorců (6) je zřejmé:

- parametr  $\beta = 1$ , potom Weibullovo rozdělení přechází na exponenciální rozdělení,
- parametr  $\beta > 1$ , potom komponenta degraduje a má zvýšené množství poruch na konci fyzického života,
- parametr  $0 < \beta < 1$ , potom má komponenta zvýšené množství poruch v počátečních fázích provozu.

Metodou největší věrohodnosti se získají bodové odhady parametrů Weibullova rozdělení pomocí rovnic (7). Literární odkazy jsou uvedeny v [7], [8] a [9].

- všechny doby do poruchy komponent jsou známy

$$\left( \frac{\sum_{i=1}^n t_i^\beta}{n} \right)^{\frac{1}{\beta}} = \alpha \quad \frac{\sum_{i=1}^n (t_i^\beta \ln(t_i))}{\sum_{i=1}^n t_i^\beta} - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln t_i = 0 \quad (7a),$$

- censorování I. typu - časem

$$\left( \frac{\sum_{i=1}^r t_i^\beta + (n-r)T^\beta}{r} \right)^{\frac{1}{\beta}} = \alpha \frac{\sum_{i=1}^r (t_i^\beta \ln(t_i) + (n-r)T^\beta \ln(T))}{\sum_{i=1}^r t_i^\beta + (n-r)T^\beta} - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_i = 0 \quad (7b),$$

- censorování II. typu - poruchami

$$\left( \frac{\sum_{i=1}^r t_i^\beta + (n-r)t_r^\beta}{r} \right)^{\frac{1}{\beta}} = \alpha \frac{\sum_{i=1}^r (t_i^\beta \ln(t_i) + (n-r)t_r^\beta \ln(t_r))}{\sum_{i=1}^r t_i^\beta + (n-r)t_r^\beta} - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_i = 0 \quad (7c),$$

kde  $t_i$  jsou okamžiky, kdy došlo k poruše;  $n$  počet komponent;  $T$  celková doba zkoušky;  $\alpha, \beta$  bodové odhady Weibullova rozdělení.

### 3. Analýza systému

#### **Definice stavů, blokové diagramy bezporuchovosti systému**

Pro vytvoření matematicko-spolehlivostního modelu je vybrána kompresorová stanice a potrubní linie na vstupu a na výstupu z kompresorovny. Kompresorová stanice je tvořena sedmi shodnými turbosoustrojími a dále třemi vstupními a výstupními potrubními liniemi. Provozoschopný stav systému předpokládá, že všechny turbokompresory a všechny vstupní/výstupní linie jsou v provozu a jejich funkčnost není snížena.

Částečně provozuschopný/neprovozoschopný stav předpokládá, že existuje porucha některého z turbokompresorů nebo některé vstupní/výstupní linie. Jakákoliv porucha však nemá/má vliv na zákazníka. Zákazník obdrží/neobdrží smlouvené množství plynu v daném čase a odpovídající kvality.

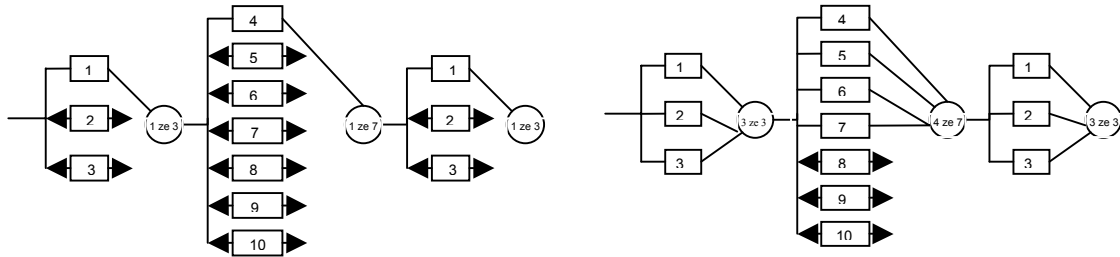
Tranzitní plynovod (obdobně jako jiné přepravní sítě) nepřepřavují po celý rok maximální množství plynu. Jednotlivé potrubní linie a kompresory se zapínají nebo vypínají podle potřeb zákazníků v závislosti na smlouveném množství objednaného plynu.

Při malém množství přepravovaného plynu bude platit jiný scénář modelu spolehlivosti, než při maximálním přepravovaném množství. Na modelovém systému je popsáno 10 základních scénářů - výkonových konfigurací. V tomto příspěvku budou uvedeny výsledky dvou případů pro první a pro sedmou výkonovou konfiguraci.

**Tab. 1:** Výkonové konfigurace kompresorové stanice

Označení scénáře	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V provozu linií	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3
V provozu turbokompresorů	1	2	2	3	4	3	4	5	6	7

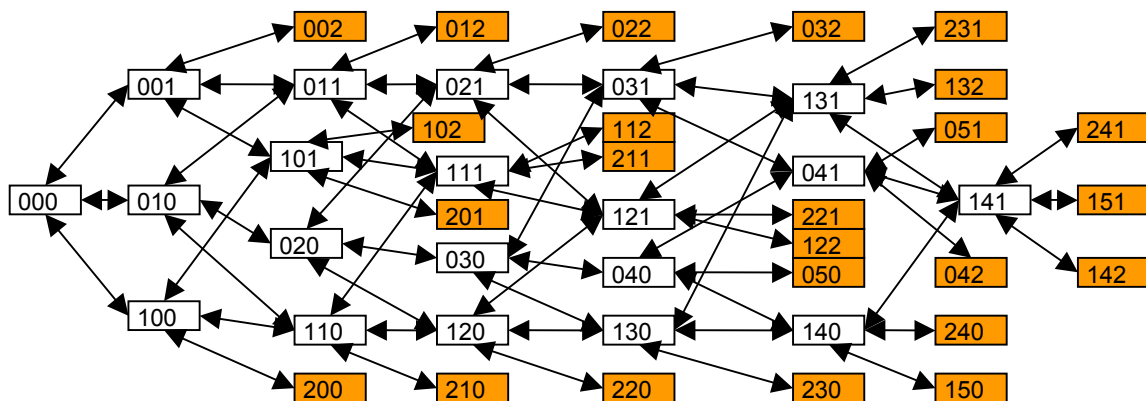
Blokový diagram bezporuchovosti kompresorové stanice pro konfiguraci č. 1 - v provozu jedna linie na vstupu, výstupu a jeden turbokompresor. Šipky označují pohotovostní zálohu. V případě poruchy zařízení s pohotovostní zálohou se vymění porouchané zařízení a nahradí za provozuschopné. Označení „1 ze 3“ znamená, že pro splnění funkce systému je potřeba alespoň jedno zařízení v provozuschopném stavu.



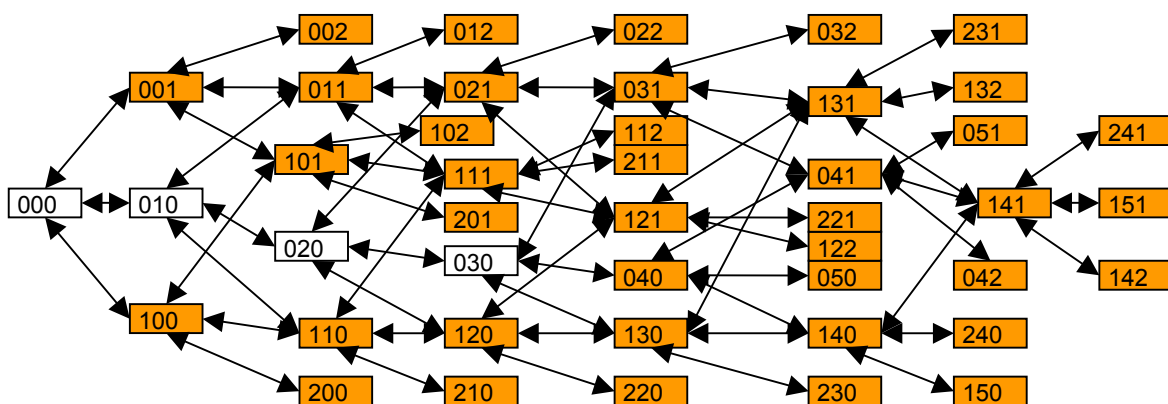
Obr. 2: Blokový diagram bezporuchovosti kompresorové stanice pro konfiguraci č. 1 a č. 7

### Markovský model výkonových konfigurací

V předchozím odstavci jsou zobrazeny RBD diagramy modelové úlohy kompresorové stanice první a sedmé výkonové konfigurace. V této kapitole jsou zobrazeny příslušné markovské diagramy.



Obr. 3: Markovský model kompresorové stanice pro konfiguraci č. 1

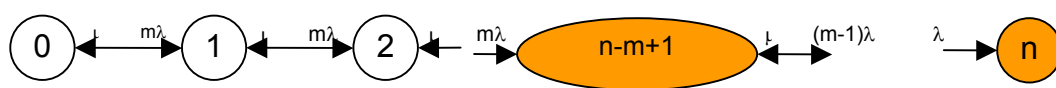


Obr. 4: Markovský model kompresorové stanice pro konfiguraci č. 7

Bíle označené stavy jsou stavy funkční nebo degradované. Tmavě označené stavy jsou stavy nefunkční. V každém scénáři jsou nefunkční stavy různé. Stav 132 reprezentuje poruchu jedné linie na vstupu, 3 turbokompresorů a dvou linií na výstupu.

Markovské modely zobrazené na obr. 3 a 4 předpokládají pohotovostní zálohování  $m$  z  $n$ . Při pohotovostní záloze jsou v provozu pouze pro výrobu nutné komponenty. Náhradní komponenty se použijí až po poruše provozované komponenty.

Intenzity přechodů jsou mezi shodnými stavy různých výkonových konfigurací v násobícím koeficientu odlišné. Hodnoty koeficientů vysvětluje obr. 5. Označení stavů popisuje počet porouchaných komponent. Intenzita přechodu ze stavu 0 do stavu 1 je  $m\lambda$ , protože v každém čase je právě  $m$  komponent v provozu. Nefunkční stavy jsou označeny tmavě. Přechodový diagram zobrazuje obr. 5.



**Obr. 5:** Přechodový diagram pro komponenty zálohované  $m$  z  $n$  s pohotovostní zálohou

### **Sestavení soustavy diferenciálních rovnic popisující model**

Z přechodového diagramu, který má  $n$  stavů, se vytvoří matice intenzit přechodů  $\mathbf{h}$ . Matice  $\mathbf{h}$  je čtvercová matice o velikosti  $n \times n$ . Prvek  $h_{ij}$  představuje intenzitu přechodu mezi stavy  $i$  a  $j$ . Definují se počáteční podmínky úlohy ve tvaru vektoru  $\mathbf{p}(t)$ . Součet počátečních podmínek přes všechny stavy musí být 1. Při řešení úlohy spolehlivosti pomocí markovských procesů se řeší soustava rovnic  $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = \mathbf{p}(t)\mathbf{h}(t)$ . Soustava rovnic je řešena numericky například metodou Monte-Carlo nebo Runge Kutta. Obě zmíněné metody dávají rozumné matematické výsledky. Výsledkem analýzy je například funkce okamžité pohotovosti  $A(t)$ , která se vypočte jako součet pravděpodobností funkčních stavů v čase  $t$ .

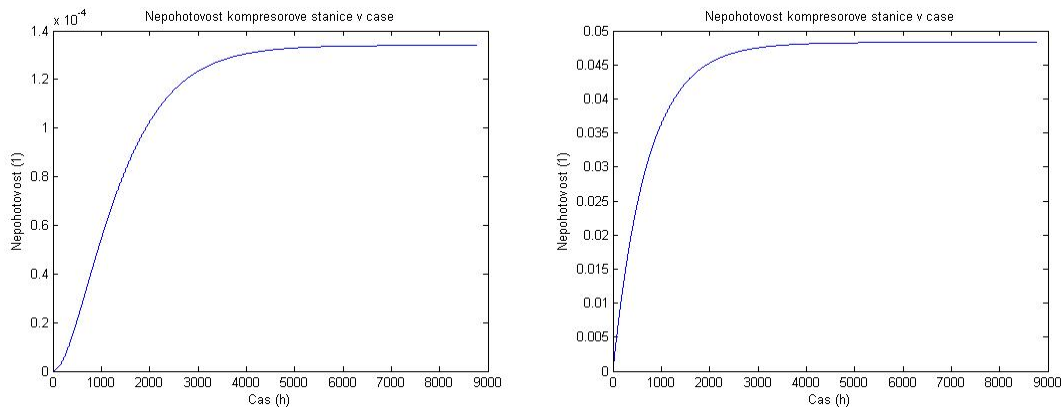
## **4. Výsledky spolehlivosti kompresorové stanice**

Vstupní data intenzit poruch a oprav jsou vymyšlené hodnoty a nejsou získány z dat o poruchách zařízení RWE Transgas. Pro úsporu místa budou uvedeny výsledné grafy pro nejnižší výkonovou konfiguraci označenou 1 a pro silně zatíženou výkonovou konfiguraci označenou 7. Konfigurace 7 se pro vysoký průtok plynu prakticky nevyskytuje.

### **Systém s konstantní intenzitou poruch a bez periodické údržby**

Intenzita poruch vstupní, výstupní linie a turbokompresoru je zvolena  $\lambda = \frac{1}{87600} \text{ h}^{-1}$ . Intenzita

obnov každého z prvku je  $\mu = \frac{1}{720} \text{ h}^{-1}$ .



**Obr. 6:** Průběh nepohotovosti v čase, pro exponenciální rozdělení doby do poruchy, konfigurace 1 a 7

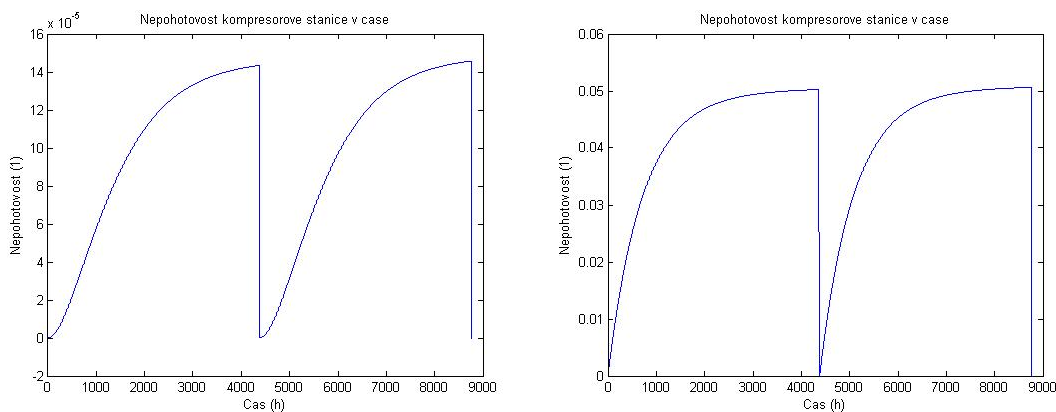
Porovnáním grafů z obr. 7 se zjistí, že mají výrazně různou hodnotu asymptotické nepohotovosti  $U$ . Dále mají odlišný počátek funkce okamžité nepohotovosti. Konfigurace 1 má oproti konfiguraci 7 pozvolný náběh kolem počátku simulace způsobený volnými kapacitami linií a turbokompresorů při poruše.

### **System s nekonstantní intenzitou poruch a periodickou údržbou**

Doba do poruchy komponent, které nelze popsat z důvodů degradace exponenciálním rozdělením, se popisuje Weibullovým rozdělením. Vhodné testy založené na metodě největší věrohodnosti jsou uvedeny například v [3,4,6]. Pomocí testů se zjistí optimální parametry Weibullova rozdělení. Intenzita poruch Weibullova rozdělení je z důvodu lepší aproximace vanové křivky uvažována ve tvaru  $h(t) = \lambda + \frac{\beta \cdot t^{\beta-1}}{\alpha^\beta}$ . Pro účely modelování byly intenzity poruch zvoleny shodně jako v odstavci 4.1. Parametr degradace  $\beta=1,2$  a parametr  $\alpha = 800000$ .

Do modelu bude dále vložena periodická údržba systému. Pravidelná údržba linií se provádí každý půlrok - 4380 h. Pravidelná údržba kompresorů se provádí každé 3 měsíce - 2190 h. Pravidelnou údržbou systému se sníží střední nepohotovost systému.

Model systému s nekonstantní intenzitou poruch a periodickou údržbou zobrazený na obr. 7 se odlišuje od obr. 6 tím, že neexistuje asymptotická nepohotovost. Periodická údržba se projevuje tak, že se skokově změní nepohotovost systému v periodě údržby. Za zmínku stojí i porovnání různých tvarů a hodnot funkce okamžité nepohotovosti výkonových scénářů.



**Obr. 7:** Průběh nepohotovosti v čase, pro Weibullovo rozdělení doby do poruchy, s periodickou údržbou, konfigurace 1 a 7

## 5. Závěr

Cílem tohoto příspěvku bylo ukázat, jakým způsobem lze modelovat pohotovost systému pomocí markovských procesů. Pro mnoho odvětví při zjišťování parametrů spolehlivosti stačí ustálené hodnoty pohotovosti. V těchto případech se markovské techniky nevyžívají a pravděpodobně by nebyly ani vhodné. Na druhou stranu je v poslední době silně cítit tlak na zjišťování dynamických parametrů spolehlivosti zařízení. Proto se domnívám, že dynamické modely spolehlivosti budou vyžadovány na zařízeních, kde se vyžaduje vysoká bezpečnost a provozuschopnost systému. Bezpochyby jako příklad lze uvést výrobu a přepravu elektrického proudu, elektrárny, chemický průmysl, výrobu dopravních prostředků nebo železnice.

**Poděkování:** Tato práce byla vytvořena s finanční podporou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR, projekt číslo 1M4674788502 - Pokročilé sanační technologie a procesy.

## Literatura:

- [1] Praks P., Chudoba J., Bris R., Koucky M.: Reliability analysis of a natural gas compression station and surrounding gas pipeline network with assuming of performance changes by a dispatcher, In: Proceedings of the European Safety and Reliability Conference 2007 (ESREL 2007). Ed. Terje Aven&Jan Erik Vanen, London: Tailor&Francis Group, 2007, ISBN 978-0-415-44786-7
- [2] ČSN IEC 60605-4 (01 0644), Zkoušení bezporuchovosti zařízení - Část 4: Statistické postupy pro exponenciální rozdělení - Bodové odhady, konfidenční intervaly, předpovědní intervaly a toleranční intervaly. ČNI Praha, 2002
- [3] ČSN IEC 60605-6 (01 0644), Zkoušení bezporuchovosti zařízení - Část 6: Testy platnosti předpokladu konstantní intenzity poruch nebo konstantního parametru proudu poruch. ČNI Praha, 1998
- [4] ČSN EN 61164 (01 0647), Růst bezporuchovosti - Metody statistických testů a odhadů, ČNI Praha 2005
- [5] ČSN EN 61165 (01 0691), Použití Markovových metod. ČNI Praha, 2007
- [6] [www.weibull.com](http://www.weibull.com)
- [7] Briš R., Inovační metody pro ocenění spolehlivosti prvků a systémů, Monografie 1. vydání, Ostrava, VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2007, ISBN 978-80-248-1596-1
- [8] Farnum N.R., Booth P., Uniqueness of maximum likelihood estimators of the 2-parameter Weibull distribution, IEEE Transaction on Reliability, 1997, p. 523-525
- [9] ČSN IEC 61649 (01 0653) Testy dobré shody, konfidenční intervaly a dolní konfidenční meze pro data s Weibullovým rozdělením, ČNI Praha 1998
- [10] Chudoba J., Modelování dynamické spolehlivosti užitím markovské analýzy, disertační práce, TUL Liberec 2009